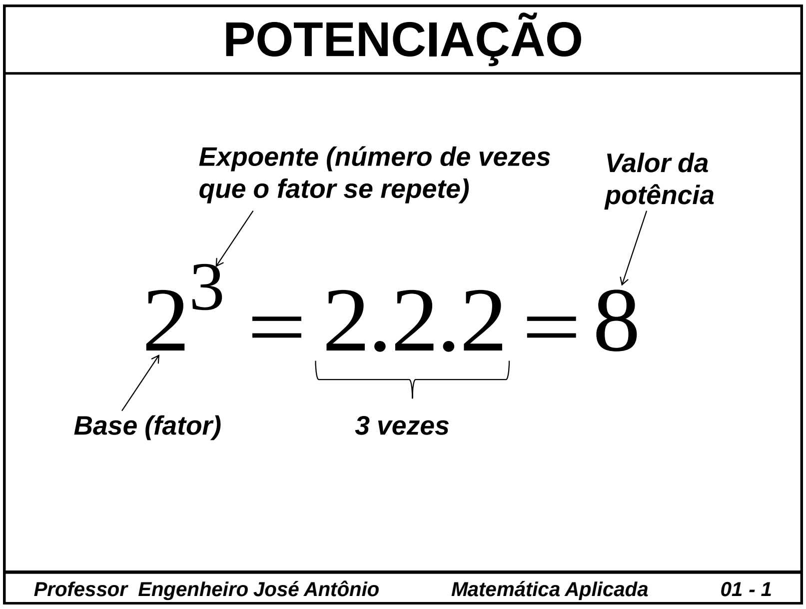
POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO

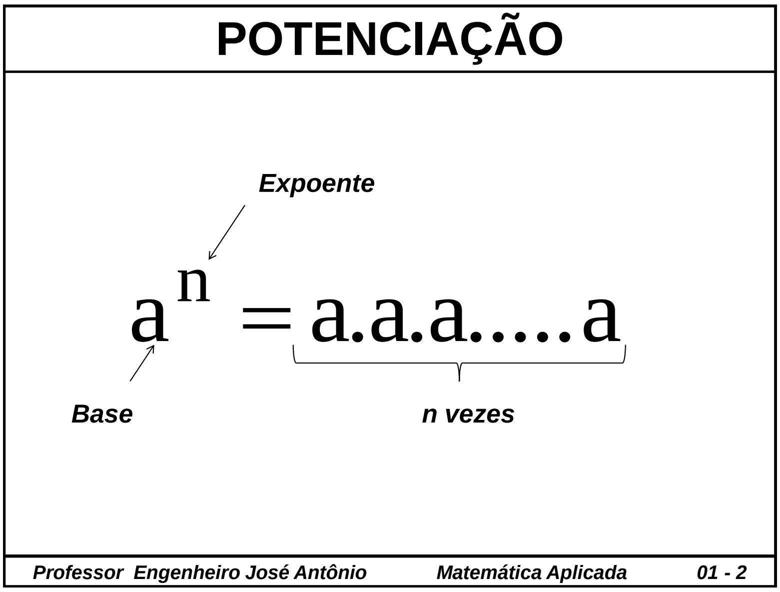
<u>1.1 POTENCIAÇÃO</u>

Na figura 01-1 temos o exemplo de uma potencia **DOIS ELEVADO A TRÊS** ou **DOIS ELEVADO AO CUBO** ou simplesmente **DOIS AO CUBO.**



Sempre que temos um produto onde o fator se repete, podemos escrever esse produto sob a forma de uma potência cuja base é o fator e cujo expoente é o numero de vezes que o fator se repete.

Na figura 01 – 2 temos a fórmula genérica de uma potência de base <u>a</u> elevada a um expoente <u>n</u>.



1.1.1 ALGUMAS PROPRIEDADES DAS POTÊNCIAS

- O número 1 elevado a qualquer potência é sempre igual a 1.
- Qualquer número elevado a 1 é igual ao próprio número.
- Qualquer número elevado a zero é igual a 1.
- O resultado das potências de bases negativas têm sinal negativo se o expoente for impar e sinal positivo se o expoente for par.

A figura 01 – 3 ilustra estas propriedades.

PROPRIEDADES DAS POTENCIAS

$1^6 = 1.1.1.1.1.1 = 1 \Rightarrow 1^n = 1.1.1.......1 = 1;$

$21^1 = 21; \Rightarrow a^1 = a$

$34^0 = 1; \Rightarrow a^0 = a$

$(-1)^6 = (-1).\ (-1).\ (-1).\ (-1).\ (-1).\ (-1) = 1;$

$(-1)^5 = (-1).\ (-1).\ (-1).\ (-1).\ (-1) = -1$

Calcule:

$2^6 =$	$2^1 =$	$2^0 =$
$(-2)^5 =$	$(-3)^1 =$	$(-5)^0 =$
$(-3)^4 =$	$3^4 =$	$-6^0 =$
$-2^3 =$	$(-5)^2 =$	$-5^2 =$

Professor Engenheiro José Antônio ***Matemática Aplicada*** ***01 - 3***

1.1.2 POTENCIA DE EXPOENTE NEGATIVO

A potência de um número é igual ao inverso da potência do mesmo número com o expoente de sinal trocado.

A potência de expoente negativo de um número é igual ao inverso da potência do mesmo número com o mesmo expoente positivo.

A potência de expoente positivo de um número é igual ao inverso da potência do mesmo número com o mesmo expoente negativo.

Sendo assim, em uma fração, podemos trocar qualquer potência do numerador para o denominador ou do denominador para o numerador, bastando apenas trocar o sinal do expoente.

A figura 01 – 4 mostra potências de expoente negativo convertidas em potências de expoente positivo.

POTENCIA DE EXPOENTE NEGATVO

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{com } a \neq 0}$$

$$4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16} \qquad \frac{3^3}{4^{-2}} = \frac{4^2}{3^{-3}} = 4^2.3^3 = 16.9 = 144$$

$$(-2)^{-2} = \frac{1}{(-2)^2} = \frac{1}{4} \qquad (-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = -\frac{1}{8}$$

Calcule:

$$4^{-3} = \qquad \frac{3^2}{(-3)^{-3}} = \qquad \frac{3^{-2}}{(-2)^2} = \qquad \frac{3^{-4}}{9^{-2}} =$$

$$(-2)^{-5} =$$

Professor Engenheiro José Antônio ***Matemática Aplicada*** ***01 - 4***

1.1.3 PRODUTO E DIVISÃO DE POTÊNCIAS DA MESMA BASE (figura 01 – 5)

O produto de potências com a mesma base é igual a uma potência com a mesma base e expoente igual à soma dos expoentes.

O quociente de potências com a mesma base é igual a uma potência com a mesma base e expoente igual à subtração dos expoentes.

POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO

$$\boxed{a^m . a^n = a^{m+n}} \qquad \boxed{\frac{a^m}{a^n} = a^m \div a^n = a^{m-n}}$$

$$3^2 . 3^3 = 3^{2+3} = 3^5 = 243$$

$$4^{-2} . 4^4 = 4^{-2+4} = 4^2 = 16$$

$$\frac{4^5}{4^3} = 4^{5-3} = 4^2 = 16$$

$$\frac{3^2}{3^{-1}} = 3^{2-(-1)} = 3^{2+1} = 3^3 = 9$$

Calcule:

$5^{-3} . 5^3 =$ $\qquad (-3)^{-1} . (-3)^3 =$

$-4^{-4} . 4^3 =$ $\qquad 7^{-5} . 7^3 =$

$\frac{4^{-5}}{4^3} =$ $\qquad \frac{(-6)^{-5}}{(-6)^{-4}} =$

Professor Engenheiro José Antônio *Matemática Aplicada* *01 - 5*

1.1.4 PRODUTO E DIVISÃO DE POTÊNCIAS COM O MESMO EXPOENTE

Para multiplicar ou dividir potências com o mesmo expoente multiplicam-se ou dividem-se as bases e dá-se o mesmo expoente.

POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO

$$\boxed{a^m . b^m = (a.b)^m} \qquad \boxed{\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n}$$

$$2^4 . 3^4 = (2.3)^4 = 6^4 = 1296$$

$$\frac{9^3}{3^3} = \left(\frac{9}{3}\right)^3 = 3^3 = 27$$

Calcule:

$3^3 . 5^3 =$ $\qquad \frac{12^2}{3^2} =$ $\qquad \frac{8^{-3}}{4^{-3}} =$ $\qquad \frac{(-6)^3}{4^3} =$

Professor Engenheiro José Antônio *Matemática Aplicada* *01 - 6*

1.1.5 POTÊNCIA DE POTÊNCIA

Para calcular a potência de uma potência dá-se a mesma base e multiplicam-se os expoentes.

POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO

$$\boxed{(a^m)^n = a^{m.n}}$$

$$(3^2)^3 = 3^{2.3} = 3^6 = 729 \qquad (-2^2)^3 = -2^{2.3} = -2^6 = -64$$

Calcule:

$$(2^3)^4 = \qquad ((-2)^3)^5 = \qquad \left(\frac{6^2}{3^2}\right)^2 =$$

$$\left(\frac{(-8)^3}{2^3}\right)^2 = \qquad \left(\frac{(-6)^2}{3^2}\right)^3 =$$

Professor Engenheiro José Antônio ***Matemática Aplicada*** ***01 - 7***

1.2 RADICIAÇÃO

A operação de radiciação é a inversa da de potenciação.

A figura 01 – 8 mostra a simbologia usada na radiciação.

RADICIAÇÃO

Raiz índice n de a ou raiz enésima de a

$$\boxed{\sqrt[n]{a}}$$

$\sqrt{}$ ⇨ *Radical*

a ⇨ *Radicando*

n ⇨ *Índice*

Professor Engenheiro José Antônio ***Matemática Aplicada*** ***01 - 8***

A figura 01 – 9 mostra a definição da raiz de um número.

RADICIAÇÃO

Raiz índice n de um numero a é outro numero X que multiplicado n vezes por si mesmo reproduz o numero a.

$$\sqrt[n]{a} = X \quad \Rightarrow \quad \underbrace{X.X...X}_{n\ vezes} = a$$

$$\sqrt[n]{a} = X \quad \Rightarrow \quad X^n = a$$

Raiz índice n de um numero a é outro numero X que elevado a n reproduz o numero a.

Professor Engenheiro José Antônio *Matemática Aplicada* *01 - 9*

RADICIAÇÃO

$$\sqrt[n]{a} = X \quad \Rightarrow \quad X^n = a$$

Para a raiz índice 2 chamada raiz quadrada não e necessário indicar o expoente 2

$$\sqrt[2]{25} = \sqrt{25} = 5 \quad \Rightarrow \quad 5^2 = 25$$

Calcule:

a) Raiz cúbica de 125
b) Raiz quarta de 256
c) Raiz quinta de 243
d) Raiz sexta de 64

Professor Engenheiro José Antônio *Matemática Aplicada* *01 - 10*

1.2.1 EXPOENTE FRACIONÁRIO

Toda a raiz de um número pode ser escrita como uma potência de expoente fracionário do mesmo número. (figura 01 – 10).

EXPOENTE FRACIONÁRIO

$$\boxed{\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}}$$

$$\sqrt{5^4} = 5^{\frac{4}{2}} = 5^2 = 25 \qquad \sqrt[4]{4^2} = 4^{\frac{2}{4}} = 4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$$

Converta em expoente fracionário e calcule:

$$\sqrt[4]{3^4} = \qquad \sqrt[6]{8^2} = \qquad \sqrt[3]{7^6} = \qquad \sqrt[15]{32^3} =$$

Professor Engenheiro José Antônio *Matemática Aplicada* *01 - 11*

1.2.2 MULTIPLICAÇÃO / DIVISÃO DE RADICAIS DO MESMO INDICE

RAIZES COM O MESMO INDICE

MULTIPLICAÇÃO ⇨ $\boxed{\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a.b}}$

$$\underbrace{\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b} = a^{\frac{1}{n}}.b^{\frac{1}{n}}}_{\text{Converter em expoente fracionário}} \underbrace{= a.b^{\frac{1}{n}}}_{\text{Multiplicar as bases e dar o mesmo expoente}} \underbrace{= \sqrt[n]{a.b}}_{\text{Converter em raiz}}$$

$$\sqrt[4]{9}.\sqrt[4]{9} = \sqrt[4]{9.9} = \sqrt[4]{81} = 3$$

Calcule:

$$\sqrt[3]{2}.\sqrt[3]{32} = \qquad \sqrt[5]{4}.\sqrt[5]{8} =$$

$$\sqrt{2}.\sqrt{50} = \qquad \sqrt[6]{6}.\sqrt[6]{121{,}5} =$$

Professor Engenheiro José Antônio *Matemática Aplicada* *01 - 12*

RAIZES COM O MESMO INDICE

DIVISÃO → $\boxed{\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}}$

$$\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{16}{2}} = \sqrt[3]{8} = 2$$

Calcule:

$$\frac{\sqrt[3]{32}}{\sqrt[3]{4}} = \qquad \frac{\sqrt[5]{4}}{\sqrt[5]{4}} = \qquad \frac{\sqrt[4]{243}}{\sqrt[4]{3}} =$$

Professor Engenheiro José Antônio *Matemática Aplicada* *01 - 13*

Para multiplicar radicais com o mesmo índice, multiplicam-se os radicandos e dá-se o mesmo índice.

A figura 01 – 12 mostra esta propriedade.

Para dividir radicais com o mesmo índice, dividem-se os radicandos e dá-se o mesmo índice.

A figura 01 –13 mostra esta propriedade.

1.2.3 RAIZ DE RAIZ E POTENCIA DE RAIZ

Para calcular uma raiz de outra raiz, multiplicam-se os índices e dá-se o mesmo radicando. Figura 01 – 14.

Para calcular a potência de uma raiz, tanto faz calcular a raiz e em seguida a potência como calcular a potência e em seguida a raiz.

RAIZ DA RAIZ

$$\boxed{\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n.m]{a}}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[3]{64}} = \sqrt[3.3]{64} = \sqrt[9]{64}$$

Calcule:

$\sqrt{\sqrt[4]{2}} =$ $\qquad$ $\sqrt[3]{\sqrt[5]{2}} =$ $\qquad$ $\sqrt[4]{\sqrt[6]{2}} =$

Professor Engenheiro José Antônio *Matemática Aplicada* *01 - 14*

POTÊNCIA DE RAIZ

$$\boxed{(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}}$$

$$(\sqrt{4})^5 = \sqrt{4^5} = \sqrt{1024}$$

Calcule:

$(\sqrt{3})^3 =$ $\qquad$ $\left(\sqrt{2}\right)^2 =$ $\qquad$ $\left(\sqrt[4]{3+x}\right)^3 =$

$(\sqrt{5})^2 =$ $\qquad$ $\left(\sqrt[12]{6}\right)^2 =$ $\qquad$ $\left(\sqrt[3]{3}\right)^6 =$

Professor Engenheiro José Antônio *Matemática Aplicada* *01 - 15*

1.2.4 SIMPLIFICAÇÃO DE RAIZES

Multiplicar ou dividir índice e expoente por um mesmo número não altera o resultado. Figura 01 – 16.

MULTIPLICAÇÃO/DIVISÃO DE ÍNDICE

$$\boxed{\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n.p]{a^{m.p}}}$$

$$\sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3.3]{5^{2.3}} = \sqrt[9]{5^6} \qquad \sqrt[6]{5^9} = \sqrt[6/3]{5^{9/3}} = \sqrt{5^3}$$

Simplifique:

$$\sqrt[3]{5^6} = \qquad \sqrt[8]{5^{12}} = \qquad \sqrt[9]{3^6} =$$

$$\sqrt[12]{5^4} = \qquad \sqrt[4]{4^6} = \qquad \sqrt[4]{4^4} =$$

Professor Engenheiro José Antônio *Matemática Aplicada* *01 - 16*